LUC TROUCHE

ENVIRONNEMENTS INFORMATISÉS ET MATHÉMATIQUES: QUELS USAGES POUR QUELS APPRENTISSAGES?[1]

RÉSUMÉ. Les mathématiques, vues comme parangon des sciences pures, donnent souvent d'elles-mêmes l'image d'une science se construisant dans des environnements technologiques pauvres; elles se sont développées pourtant en forgeant pour elles-mêmes (ou en exploitant) des outils matériels et symboliques puissants. L'enseignement des mathématiques est en général plus conforme à l'image des mathématiques qu'à la réalité de leur pratique: il semble avoir davantage l'objectif de transmettre une forme générale de culture, plutôt que de proposer des outils de calcul efficace et les moyens théoriques de leur contrôle (Kahane, 2002). Cette situation est viable tant que les outils peuvent êtres tenus à distance, à l'extérieur de la salle de classe; elle ne l'est plus quand les outils de calcul (essentiellement les calculatrices) sont importés par les élèves eux-mêmes dans la classe et intégrés dans leurs pratiques scolaires. Le conflit qui se constitue alors entre la légitimité sociale de ces outils et leur illégitimité scolaire (Chevallard, 1992) déstabilise profondément l'enseignement lui-même. Nous présenterons dans cette conférence un cadre général pour penser l'intégration des outils dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Plus précisément, nous proposerons:

1. Une approche théorique, permettant de comprendre l'influence des outils pour l'activité humaine et en particulier pour les processus de formation, professionnelle ou scolaire;
2. Une analyse des caractéristiques des *environnements informatisés d'apprentissage*, mettant en évidence l'importance du *contrôle* par les élèves de leur propre activité instrumentée;
3. Des éléments permettant de penser l'organisation du temps et de l'espace de l'étude dans ces environnements et de *guider* l'activité des élèves;
4. Une réflexion sur la *conception des ressources pédagogiques* nécessaires si l'on veut faciliter une indispensable évolution des pratiques professionnelles.

ABSTRACT. Mathematics, seen as a model of pure science, often conveys the image of a science constructing itself in quite poor technological environments; it nevertheless develops by elaborating (and by exploiting) powerful material and symbolic tools. Actually mathematics teaching is closer to this image of mathematics than to mathematical practice: its goal seems to transmit a form of culture rather than efficient computation tools and theoretical means of their control (Kahane, 2002). This situation is viable if the tools can be held at distance, outside the classroom; it is no longer viable when computation tools (essentially calculators) are imported by students themselves inside the classroom and integrated into their mathematical practice. Thus established conflict between the social legitimacy of these tools and their school illegitimacy (Chevallard, 1992) deeply destabilises mathematics teaching itself. We present here a general framework to think about the

Educational Studies in Mathematics **55:** 181–197, 2004.
© 2004 *Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.*

integration of the tools in the teaching and learning of mathematics. More precisely, we propose:

1. A theoretical approach, which allows us to understand the influence of tools on human activity and in particular on professional and school education processes;
2. An analysis of computerized learning environments, which shows the importance of students' control of their own activity;
3. Some elements that help to think about the temporal and spatial organization of study in such environments and to *guide* students' activity;
4. A reflection about the conception of *pedagogical resources*, which is all the more necessary if one wants to facilitate an evolution of teachers' practices.

INTRODUCTION

Il sera ici question *d'environnement informatisé d'apprentissage*. Précisons d'emblée ces termes:

- La notion *d'environnement* (désignant un lieu avec des êtres vivants et des objets) induit déjà un type d'approche écologique pour laquelle la *viabilité* (Chevallard, 1992) des objets introduits prend une importance essentielle; c'est sans doute une bonne approche pour aborder les questions du 'matériel didactique' dont il est question dans ce colloque;
- Parler *d'environnement d'apprentissage* (plutôt que de 'salle de classe' ou de 'cours de mathématiques') n'est pas neutre non plus; cela sous-entend que l'on va privilégier l'initiative et l'activité des apprenants (on peut noter que, dans la littérature, les mots environnement et apprentissage sont souvent liés: on parle rarement *d'environnement d'enseignement*);
- J'emploie ici l'expression *d'environnement informatisé* d'apprentissage dans un sens assez large: il s'agit d'un environnement dans lequel des ressources informatiques sont disponibles pour soutenir l'activité des apprenants. Ce ne sont en général pas les seules ressources disponibles, et elles ne sont pas nécessairement sollicitées: ainsi un environnement d'apprentissage pourvu de calculatrices toutes simples peut être considéré, dans ce sens, comme un environnement informatisé d'apprentissage.

1. UNE APPROCHE THÉORIQUE POUR ANALYSER L'INFLUENCE DES INSTRUMENTS

1.1. *Les outils et la pratique des mathématiques*

L'influence des outils sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques ne fait pas de doute. Lavoie (1994) montre par l'exemple l'effet, sur les curriculums (au Québec, au XIXe siècle), du passage de la plume d'oie à la plume de fer: la plus grande facilité de l'écriture va permettre un développement plus précoce de l'enseignement de l'arithmétique et le remplacement de techniques purement mentales par des techniques écrites.

L'introduction de nouveaux outils permet le développement de nouvelles techniques de calcul, qui vont se stabiliser sous la forme de *routines*. Ce fait n'est pas propre aux environnements informatisés, il est au contraire constitutif de tout processus d'appropriation d'outil: Bourdieu (2003) évoque ainsi les jarres percées de trous qui permettaient aux Kabyles (en Algérie, et depuis probablement des siècles) de connaître la quantité de blé qui restait. Il note 'Le calcul, on le voit, *se fait tout seul*'.

Ces phénomènes ne sont pas nouveaux mais le foisonnement technologique actuel (généralisation de calculatrices de plus en plus complexes, logiciels dédiés à la géométrie, à l'algèbre, à la statistique, ou importation dans l'enseignement de logiciels non dédiés: logiciels de calcul formel ou tableurs) rend nécessaire une approche permettant de penser de façon générale l'intégration des outils dans les environnements d'apprentissage des mathématiques.

1.2. *La notion de schème*

Le premier pas de cette approche est sans doute bien connu des participants à cette rencontre de la CIEAEM: il s'agit de la notion de *schème*, introduite par Piaget (1936) et reprise par Vergnaud (1996). Un schème est l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations. Il contient des buts et des anticipations et des *invariants opératoires*. Les invariants opératoires sont des *théorèmes-en-actes*, c'est-à-dire des théorèmes implicitement tenus pour vrais: ils sont liées à la situation, construits par l'activité elle-même. Par exemple, dans un environnement de calculatrices graphiques, on peut repérer (Guin et Trouche, 1999) un schème d'étude de limite d'une fonction en $+\infty$: l'élève observe la représentation graphique de la fonction 'le plus loin possible' sur l'écran de sa calculatrice. 'Si la fonction croit suffisamment vite et n'oscille pas trop, alors on peut conclure que sa limite est $+\infty$': voilà un théorème-en-acte qui se constitue à travers l'activité et qui a une certaine validité pour un ensemble de fonctions de référence étudiées au lycée ($12^{ème}$ grade).

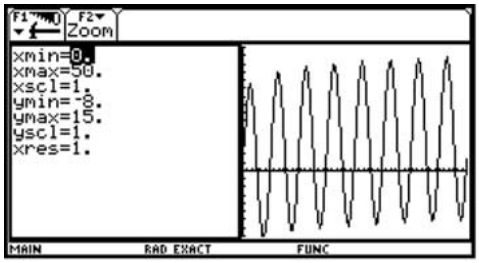

Figure 1. Une représentation de la fonction lnx + 10sinx.

L'utilisation de ce théorème-en-acte pour l'étude d'autres fonctions (par exemple la fonction lnx + 10 sinx, cf. Figure 1) conduit à une réponse erronée: l'oscillation de la courbe donne aux élèves l'impression que cette fonction ne peut pas admettre comme limite $+\infty$, alors que des résultats théoriques simples (par exemple la minoration par la fonction lnx – 10) pourrait permettre de donner un résultat exact: cette fonction admet bien comme limite $+\infty$.

Il y a là une dialectique profonde entre l'action et la pensée: ce sont les gestes réalisés (dans le cas de l'étude de la limite: le cadrage de la représentation graphique de la fonction 'le plus loin possible' et l'évaluation de sa croissance et de son oscillation) qui installent certains invariants opératoires, en retour ce sont ces invariants opératoires qui guident les gestes permettant la réalisation d'une tâche donnée.

1.3. *De l'outil à l'instrument*

Sur l'exemple que nous venons de voir, relatif à l'étude des limites de fonctions, l'outil, une calculatrice graphique, joue un rôle essentiel. Pour mettre en évidence ce rôle des outils, Rabardel (1995) propose de distinguer *l'outil* (objet matériel, donné à un sujet) et *l'instrument*, qui est construit au cours d'un processus, la *genèse instrumentale*. Un instrument a deux composantes: une composante matérielle (l'outil) et une composante psychologique (les schèmes). Un même outil peut donner naissance à des instruments différents: un instrument de calcul de limite de fonction est constitué à la fois par l'outil (une calculatrice, dans le cas que nous avons étudié) et le schème de calcul qui s'est construit au cours de l'activité.

La construction de l'instrument doit se comprendre dans un double mouvement (cf. Figure 2): un mouvement *d'instrumentalisation* dirigé vers l'outil (l'usager met l'outil 'à sa main', l'adapte à ses habitudes de travail) et un mouvement *d'instrumentation* dirigé vers l'usager (les contraintes de l'outil contribuent à structurer l'activité de l'usager).

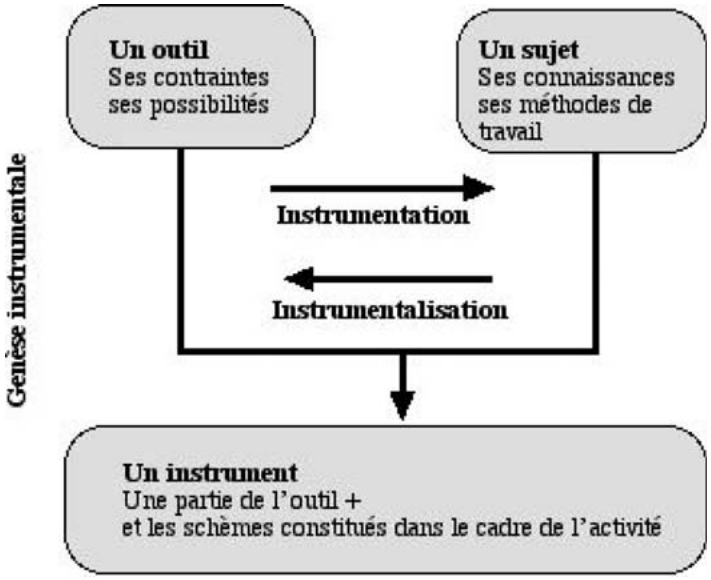

Figure 2. La genèse instrumentale, combinaison de deux processus.

Ces deux processus ne sont pas, bien sûr, indépendants l'un de l'autre, mais leur distinction permet d'analyser la genèse instrumentale de plus près:

- Les processus d'instrumentalisation sont des processus de *différentiation* des outils eux-mêmes. Ils peuvent apparaître parfois comme un processus de *détournement* de l'outil: l'élève par exemple stocke des dessins ou des programmes de jeux dans sa calculatrice, modifie la barre des menus, enregistre des listes de théorèmes, etc. Mais ce processus peut aussi être compris comme une contribution des usagers au processus même de conception des outils et intégré ainsi par le maître dans la conduite des instruments de la classe (en montrant comment organiser le stockage des théorèmes dans la calculatrice, comment utiliser les logiciels de dessin pour traiter certains problèmes de géométrie, etc.).
- La compréhension des processus d'instrumentation suppose la connaissance des contraintes et des potentialités d'un outil donné. De quelle façon va-t-il pré-structurer l'activité d'un utilisateur ? Dans le cas des outils informatiques, ces contraintes sont liées à la *transposition informatique*, "ce travail sur la connaissance qui permet d'en donner une représentation symbolique" (Balacheff 1994), et aux choix des concepteurs. Par exemple, sur le clavier de beaucoup de calculatrices, les touches pour l'étude graphique des fonctions sont d'un ac-

cès direct, alors que les touches pour leur étude numérique sont d'un accès indirect (on y accède par une combinaison de touches); on peut penser que cette différence d'accès favorisera les études graphiques aux dépens des études numériques.

Nous allons voir dans ce qui suit la complexité de ces processus dans les environnements informatisés d'apprentissage, pour les élèves comme pour le maître.

2. Le travail des élèves dans les environnements informatisés

2.1. *Les outils informatiques*

Les outils informatiques qui se généralisent dans les classes proposent désormais un *ensemble* d'outils. Ainsi une calculatrice symbolique intègre à la fois un logiciel de calcul formel, un logiciel de calcul numérique, un tableur, un grapheur, un logiciel de dessin, un traitement de texte et un langage de programmation. C'est une manifestation d'un phénomène social très général de *miniaturisation* des outils et de *concentration*, dans une même enveloppe, de fonctions diverses (par exemple, dans un même objet, un téléphone portable, une calculatrice et un appareil photo).

Ces outils présentent une autre caractéristique: ils peuvent se *connecter* (entre eux ou à un ordinateur). C'est ce fonctionnement – potentiel – en réseau que traduit l'évolution des métaphores technologiques, *de l'arme de jet vers le filet* (Sfez, 2002): il ne s'agit plus pour l'usager de concevoir un chemin pour aller chercher l'information pertinente, mais bien plutôt d'accumuler les informations pour trier ensuite l'utile de l'inutile.

Les potentialités de ces outils ne sont pas nécessairement exploitées par les élèves. Les recherches récentes ont même montré que plus les outils sont complexes, plus grande est la dispersion des comportements des élèves (Guin et Trouche, 2002).

2.2. *La variété des genèses instrumentales*

Voici une illustration de ce phénomène, dans une classe de Terminale scientifique ($12^{\text{ème}}$ grade), dont tous les élèves disposent d'une calculatrice symbolique.

Il s'agit de calculer la limite d'une fonction en $+\infty$ (cf. Figure 3). Des théorèmes simples permettent, à ce niveau, de démontrer que cette limite est égale à 0. Cependant ce résultat n'a pas été implémenté dans la bibliothèque de résultats de la calculatrice, elle répond 'undef' à la question

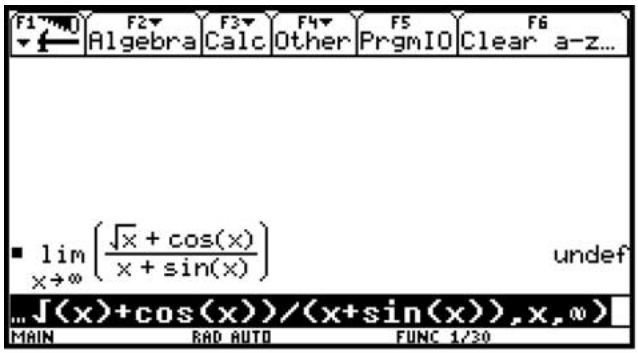

Figure 3. Un résultat dont l'interprétation n'est pas immédiate (copie d'écran de TI-92).

posée. Cette réponse est problématique: la réponse 'undef' apparaît aussi quand une limite n'existe pas. Voyons comment deux élèves différents se comportent dans cette situation:

Elève 1

Utilisation de l'application de calcul symbolique de la calculatrice: définition de la fonction f, puis lancement de la commande 'limit'. Réponse 'undef'.
Encadrement sur papier de sinus, cosinus, puis de la fonction f pour $\times > 0$:

$$\frac{\sqrt{x}-1}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$$

Utilisation de la calculatrice pour déterminer la limite des deux fonctions 'encadrantes': la calculatrice donne la bonne limite: 0.
Conclusion orale de l'élève: "D'après le théorème d'encadrement, je sais que la limite de f est 0".
Utilisation de l'application graphique de la calculatrice 'pour voir les représentations graphiques des trois fonctions': 'ça a bien l'air de donner 0'.
Oralement: "Je peux aussi faire un changement de variable".

$$\text{Sur papier: } X = \sqrt{x},\ f(X) = \frac{X+1}{X^2+1}$$

Oralement: "Je peux conclure avec le théorème sur les limites des fonctions polynômes... mais je peux aussi le prouver avec les opérations sur les limites":

$$\text{Retour au papier: } \frac{X+1}{X^2+1} = \frac{1+\frac{1}{X}}{X+\frac{1}{X}}$$

"et là, j'applique les théorèmes d'opérations sur les limites".

Question à l'observateur: "cela suffit comme cela, ou vous voulez que je rédige cela proprement?".

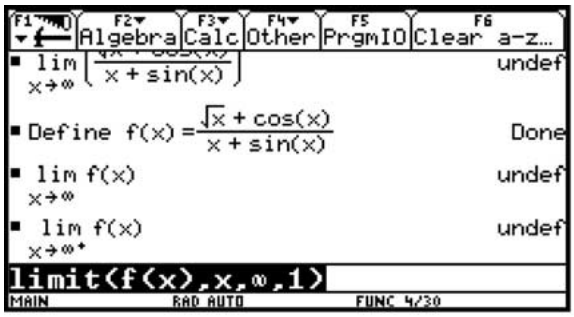

Figure 4. Copie d'écran de l'élève 2.

Elève 2

Utilisation de l'application de calcul symbolique de la calculatrice en appliquant directement la commande 'limit' à la fonction $\frac{\sqrt{x}+\cos x}{x+\sin x}$ (l'écriture de la fonction sur la ligne d'entrée est très soignée et demande beaucoup de temps). Réponse 'undef'.

"Zut, je me suis trompée dans l'écriture".

Vérification soignée de l'entrée machine; puis reécriture. Relance de la commande. Toujours undef.

Perplexité, puis éclat: "Je suis bête, j'ai oublié de définir la fonction pour la calculatrice!".

Définition de la fonction f (cf. Figure 4) et relance de la commande. Encore 'undef'.

Nouvelle perplexité, et suggestion: "parfois, quand une limite n'est pas définie, on regarde à gauche et à droite; je vais essayer à droite de $+\infty$, comme ça, je serai vraiment le plus loin possible à droite' (cf. Figure 4). Réponse encore 'undef'.

Nouvelles tentatives un peu erratiques (essai de l'entrée de $+\infty$, réponse 'syntax error').

Pour terminer, décomposition du problème, toujours dans l'application de calcul symbolique de la calculatrice: recherche des limites de $\sqrt{x}$ (en aparté, à l'observateur 'cela ne retournera pas à mon prof?'), de cos(x) et sin(x), réponses 'undef'.

Remarque: "c'est pour ça que ça bloque!".

Commentaire

On voit, dans le travail du premier élève, la constitution d'un schème très riche pour le calcul de limite: il y a une combinaison de différents outils (papier-crayon et calculatrice), l'utilisation de différentes applications de la calculatrice et l'utilisation de différents registres (le calcul algébrique et le graphique). Le processus d'instrumentalisation a permis l'appropriation et la sélection de commandes pertinentes de la calculatrice, le processus

d'instrumentation a développé un schème de calcul de limite qui permet de dépasser assez facilement un blocage de l'outil (première réponse 'undef').

Il n'en est pas de même pour le deuxième élève: il reste coincé dans l'application de calcul symbolique, il perd beaucoup de temps à écrire et à re-écrire la fonction. Le problème est décomposé en sous-problèmes dont le traitement est confié à la calculatrice, alors qu'il devrait s'agir de résultats connus (s'agissant des limites des fonctions racine, sinus et cosinus en $+\infty$). Finalement, la raison du blocage initial de la calculatrice est attribuée au fait que la fonction sinus n'admet pas de limite en $+\infty$. Le schème de calcul de limite apparaît ici assez pauvre.

À partir d'un même outil, les processus d'instrumentalisation, suivant les élèves, peuvent ainsi déboucher sur un élargissement ou un appauvrissement de l'instrument; les processus d'instrumentation peuvent produire un enrichissement ou un appauvrissement de l'activité.

Dans les environnements informatisés, la tâche de l'élève est toujours complexe. Il a affaire à un ensemble d'outils, il doit contrôler chacun d'eux et les articuler au cours de son activité. Ces notions de *contrôle* et *d'articulation* sont sans doute essentielles: Artigue (in Guin et Trouche, 2002) parle *d'intelligence du calcul*, Rabardel (2000) parle de développement de *systèmes d'instruments*. Mais, dans les environnements technologiques complexes, autant l'installation de routines et d'automatismes semble être naturelle, autant le contrôle de l'activité requiert un apprentissage spécifique.

2.3. *La part sociale des schèmes*

Il peut paraître paradoxal d'évoquer un apprentissage à propos des schèmes. Un schème, pour Piaget, est un moyen pour assimiler, *individuellement*, une situation. Mais c'est aussi le produit d'une activité *sociale*. C'est dans ce sens que Rabardel (1995) parle de *schèmes sociaux*. Les schèmes, dans l'activité instrumentée, sont sociaux à plusieurs titres:

- Les outils ont toujours une part sociale: ils portent la marque de leur concepteur. Leurs contraintes et potentialités seront des facteurs clés du processus d'instrumentation (cf. 1.3). De façon générale, la *médiation* d'un outil (Vygotski, 1934) place toujours le sujet dans un monde de culture.
- Chaque tâche est insérée dans une culture (la culture mathématique d'une époque et d'une institution scolaire pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques);
- L'activité des élèves se déploie dans une communauté de pratique (un professeur, des élèves, des modes d'emploi, des habitudes de travail partagées, etc.).

Les schèmes ont ainsi une part individuelle et une part sociale. Comment le professeur peut-il agir pour renforcer la part sociale des schèmes, pour assister les genèses instrumentales dans les environnements informatisés, genèses dont nous avons évoqué la complexité et la diversité? C'est ce que nous allons voir maintenant.

3. LE RÔLE DU PROFESSEUR

3.1. *Une prise en compte très faible des outils de calcul*

Malgré l'introduction des outils de calcul dans les programmes d'enseignement et malgré les pressions institutionnelles, l'intégration réelle dans les classes par les professeurs reste très faible, en France comme dans de nombreux pays (Guin et Trouche, 2002). C'est sans doute la manifestation de l'idée – fausse – que les mathématiques se développent avec une grande économie de moyens matériels. C'est sans doute aussi la conséquence d'une conception de l'enseignement des mathématiques qui aurait plus pour objectif de transmettre une forme de culture, que de proposer des outils de calcul efficace et les moyens de leur contrôle (Kahane, 2002).

En conséquence, pour les élèves, l'apprentissage de l'utilisation des outils se fait la plupart du temps seul ou entre copains. Les communautés de pratique, pour cet apprentissage, se constituent à la marge de la classe. L'essentiel des genèses instrumentales se développe sans l'assistance du professeur. Cette situation ne favorise pas le contrôle par l'élève de son action instrumentée pour réaliser les tâches proposées dans le cadre du cours de mathématiques.

3.2. *Les orchestrations instrumentales*

Pour marquer cette nécessaire prise en compte de la construction des instruments, nous avons introduit la notion *d'orchestration instrumentale.* Les orchestrations instrumentales sont les dispositifs que le maître doit construire dans la classe pour *guider* la constitution des instruments des élèves et faciliter leur contrôle. Ces dispositifs règlent (sur le plan de l'espace et du temps) l'agencement des outils dans la classe.

Une orchestration se situe dans un environnement donné et pour le traitement d'une *situation* mathématique (Brousseau, 1998) donnée. Elle est définie par une *configuration didactique* et ses *modes d'exploitation*. Elle peut se situer à plusieurs niveaux:

– au niveau interne de l'outil (il peut s'agir par exemple du paramétrage d'un logiciel, pour orienter l'activité des élèves);

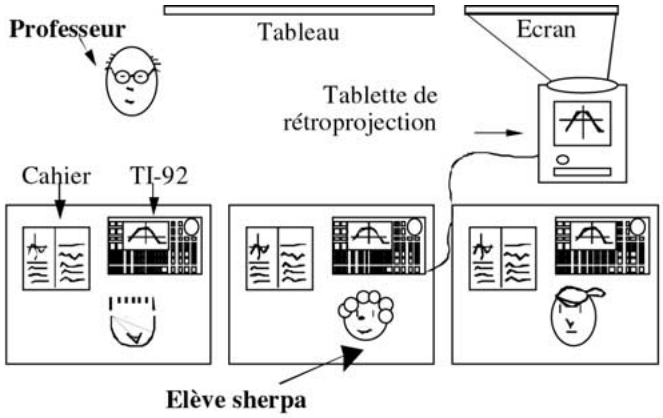

Figure 5. La configuration de l'élève-sherpa.

– au niveau externe de l'outil;
– au niveau méta, pour faciliter un retour réflexif des élèves sur leur propre activité.

Dans le cadre de cet article, nous ne montrons qu'un exemple de niveau externe de l'outil (d'autres exemples dans Guin et Trouche, 2002). Cette orchestration (cf. Figure 5) se situe dans un environnement spécifique (tous les élèves possèdent une calculatrice qui peut être connectée sur une tablette de rétroprojection) et peut prendre place dans diverses situations mathématiques (résolution de problème, introduction d'une nouvelle notion, etc.). La configuration repose sur l'attribution d'un rôle spécifique à un élève, l'élève-sherpa[2]: c'est sa calculatrice qui est connectée à la tablette de rétroprojection[3]. Il va servir ainsi de médiateur entre le professeur et la classe, de référence pour tous les acteurs de la situation.

De nombreux modes d'exploitation de cette situation sont possibles, en fonction de plusieurs variables:

– le temps pendant lequel l'élève-sherpa joue ce rôle (c'est le même élève qui joue le rôle de sherpa pendant toute la séquence d'enseignement, ou plusieurs élèves jouent ce rôle successivement);
– le type d'élève qui est choisi pour jouer ce rôle (ce peut être un "bon" élève ou au contraire un élève en difficulté; ce peut être un élève dont l'instrumentalisation est riche ou au contraire peu développée);
– l'autonomie qui est laissée à l'élève-sherpa (le professeur peut lui indiquer les gestes à réaliser sur sa calculatrice, ou le laisser libre d'agir à sa guise).

D'autres variables pourraient encore être relevées. Le choix de telle ou telle modalité dépend d'objectifs pédagogiques spécifiques du professeur. La

configuration, en elle-même, favorise une socialisation des genèses instrumentales. Elle permet de pallier la petitesse des écrans les calculatrices (qui induit une certaine 'intimité' du travail des élèves). Elle favorise aussi une articulation des différents outils: ce que fait le professeur, en combinant les résultats du tableau et ceux de l'écran, aide les élèves à combiner aussi, à leur propre place, les résultats papier-crayon et les résultats de leur calculatrice. Enfin la projection sur un écran des résultats d'une calculatrice permet un contrôle collectif de l'utilisation de cet outil de calcul.

3.3. *Le problème de l'ingénierie didactique*

Les orchestrations instrumentales viennent combler un vide didactique. Chevallard (1992) soulignait la nécessité de penser un *système d'exploitation didactique* des outils informatiques (et en général pour tout matériel didactique) pour assurer leur viabilité dans l'enseignement. Concevoir de tels systèmes, c'est le but de l'ingénierie didactique. Un système d'exploitation didactique peut être vu comme une suite de *scénarios d'exploitation didactique.* Un scénario d'exploitation didactique organise la mise en scène de situations mathématiques dans un environnement donné. Cette mise en scène suppose de définir les modes de gestion de la situation (les différentes phases, l'organisation du temps de travail) et, pour chaque phase de la situation, l'orchestration instrumentale précisant l'agencement des outils disponibles.

Concevoir des orchestrations instrumentales et plus généralement des scénarios d'exploitation didactique, est une nécessité dans les environnements technologiques complexes. Mais cela ne peut pas être du ressort d'un seul professeur. L'ingénierie didactique est un travail complexe, qui devrait reposer sur la recherche d'équipes pluridisciplinaires, associant des informaticiens, des didacticiens, des mathématiciens et des professeurs.

Le rôle du professeur est déjà extrêmement complexe: il doit pouvoir disposer de ressources pédagogiques adaptées.

4. DES RESSOURCES PÉDAGOGIQUES ADAPTÉES AUX ENVIRONNEMENTS INFORMATISÉS

4.1. *Assister les professeurs*

L'intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques nécessite sans doute un renouvellement des pratiques professionnelles. Ce renouvellement suppose de fournir aux professeurs une assistance spécifique. Cette assistance comprend nécessairement une formation continue, qui est une clé (Artigue, 1998) du développement des environnements

informatisés d'apprentissage. Cette formation continue est organisée en général sous la forme de stages de quelques jours, sans rapport direct avec les classes, et sans répercussions effectives sur les pratiques professionnelles (Guin, 2001).

De nouvelles expériences se sont développées récemment, proposant un accompagnement continu des professeurs dans le cadre de la formation à distance. Le SFODEM (Suivi de FOrmation à Distance pour les Enseignants de Mathématiques), est un dispositif mis en place par l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des mathématiques) dans l'académie de Montpellier (Joab et al., 2002). Il regroupe depuis 2000 une centaine de professeurs de mathématiques (en service dans des collèges ou des lycées) et une dizaine de professeurs formateurs (experts dans les environnements informatisés d'apprentissage). Le SFODEM propose, en formation présentielle, une première initiation aux outils, puis, via une plate-forme à distance, un travail de conception, d'expérimentation et de mutualisation de ressources pédagogiques. Les professeurs peuvent ainsi trouver un appui continu (ils peuvent interroger à distance, en cas de problèmes), ils peuvent concevoir des ressources adaptées à leur classe, enrichir ces ressources grâce à un travail collaboratif avec les autres professeurs impliqués, expérimenter les ressources dans leurs classes, les faire évoluer en fonction des résultats de l'expérimentation. Une nouvelle communauté de pratique se constitue, qui permet d'accompagner l'évolution des pratiques professionnelles.

4.2. *Une nouvelle conception des ressources pédagogiques*

Le travail collectif réalisé dans le SFODEM a permis de concevoir un nouveau modèle de ressource pédagogique facilitant leur appropriation par les enseignants et leur évolution après expérimentation. Une ressource pédagogique est composée de plusieurs éléments:

- une *fiche d'identification* permettant l'indexation et la recherche de la ressource par des utilisateurs potentiels. Elle fournit des informations sur le contenu de la ressource, l'environnement technologique nécessaire, le niveau d'enseignement, les objectifs pédagogiques et les mots clés; elle donne accès aussi à des animations qui permettent d'avoir une idée de la mise en œuvre informatisée de la ressource, même si l'on ne dispose pas du logiciel qui permettra une mise en œuvre de la ressource en classe[4];
- la *fiche élève* fournit le document qui doit être mis à disposition des élèves (l'énoncé du problème);

- la *fiche professeur* donne à l'enseignant des informations sur l'arrière plan mathématique du problème et sur les difficultés didactiques possibles;
- le *scénario d'usage* (Allen et al., 1995, Laborde, 1999) donne des éléments sur le scénario d'exploitation didactique et les orchestrations instrumentales directement exploitables par le professeur: il propose une organisation du temps et de l'espace de l'étude et différentes modalités d'intégration des outils disponibles;
- le *compte-rendu d'expérimentation* permet au professeur de critiquer la ressource et de faire des propositions d'évolution; ces critiques sont prises en compte au sein du SFODEM, et permettent de réaliser une nouvelle version de la ressource après un nombre significatif d'expérimentations, et après une discussion au sein de la communauté de pratique;
- la *fiche technique* donne des informations sur les différents logiciels permettant de mettre en œuvre la ressource. Elle donne aussi des informations relatives à leur mode d'emploi (certaines informations de ce type peuvent être 'factorisées' dans des fichiers satellites, mis en commun pour plusieurs ressources).

Le bilan de la phase expérimentale du SFODEM (Guin et al., 2002) a mis en valeur des résultats encourageants: le processus de conception et d'expérimentation de ressources pédagogiques, dans le cadre d'un dispositif de formation appuyé sur une plate-forme à distance, permet d'aider les professeurs dans le difficile *passage à l'acte* pédagogique que suppose la prise en compte d'outils complexes dans l'enseignement. En reprenant l'approche instrumentale (cf. 1.3), on peut analyser les ressources pédagogiques comme des outils, à disposition des professeurs, dans une communauté de pratique. Ces outils deviennent des instruments au cours d'une genèse instrumentale. Le processus d'instrumentation va se traduire par une évolution des pratiques des enseignants impliqués. Le processus d'instrumentalisation va se traduire par une évolution des ressources pédagogiques, via la prise en compte des comptes-rendus d'expérimentation.

4.3. *Les conditions de travail dans les établissements scolaires*

Cette mutualisation des ressources pédagogiques et, plus généralement, le développement du travail collaboratif des enseignants de mathématique, supposent aussi des structures adaptées dans les établissements scolaires. La création de *laboratoires de mathématiques* pourrait être une avancée dans ce sens (Kahane, 2002). De tels laboratoires semblent indispensables pour les professeurs de mathématiques, comme ils le sont pour les professeurs de physique ou de chimie, dès lors que l'on ne se contente pas

d'un crayon et d'une feuille de papier et que l'on prend en compte, en mathématiques, aussi une grande variété de matériels didactiques.

CONCLUSION

Les environnements informatisés ouvrent de nouvelles possibilités pour l'enseignement des mathématiques. Ils peuvent renouveler les conditions *d'apprentissage* des mathématiques, en les rapprochant des conditions générales du *travail* mathématique (Trouche, 1998). Mais ce renouvellement a un coût:

- l'informatisation des environnements d'apprentissage rend la tâche des élèves plus complexe (le *contrôle* de sa propre activité et la *coordination* d'un ensemble d'outils sont plus difficiles que dans un environnement 'traditionnel');
- elle rend aussi la tâche des professeurs plus complexe: la prise en compte de l'environnement informatisé suppose la conception *d'orchestrations instrumentales* définissant, pour une situation donnée, l'agencement des outils disponibles et guidant les *genèses instrumentales* des élèves;
- l'informatisation des environnements d'apprentissage nécessite aussi un renouvellement des ressources pédagogiques, conçues à la fois pour *faciliter* l'*appropriation* des outils et pour *intégrer l'expérience* des usagers.

Le cadre théorique que nous avons utilisé, distinguant ce qui est donné (*l'outil*) et ce qui est construit (*l'instrument*), a deux avantages essentiels:

- il permet de distinguer clairement les *virtualités* d'un outil et leur *actualisation* dans un environnement donné;
- il met en évidence l'importance du *temps* pour la construction d'un instrument (le *genèse instrumentale*);
- il met en lumière la nécessité de *l'aménagement des environnements* (les *orchestrations instrumentales*) pour assurer la *viabilité* des outils et le développement des instruments.

La Pologne étant la patrie de Chopin, je voudrais finir avec une note musicale (en parlant d'instrument et d'orchestration, nous n'étions pas loin non plus du registre musical). Jean-Luc Godard, un réalisateur français, a écrit:

> Cela m'a toujours étonné que les gens de musique n'aient pas besoin d'images, alors que les gens des images ont toujours besoin de musique. . ..

Cela me semble être une bonne métaphore, pour nous, mathématiciens et enseignants de mathématiques, qui vivons dans un monde d'outils, d'écrans et d'images. Il s'agit bien pour nous de composer la bonne musique (les situations mathématiques) et de concevoir les orchestrations permettant à tous les instruments de notre environnement de jouer leur partition. . .

NOTES

1. Originally given as a Keynote Lecture to the 55th CIEAEM Conference, Plock, Poland, July 2003.
2. Le nom a été choisi en référence à la personne qui porte la charge dans les expéditions himalayennes, mais aussi aux diplomates qui servent de médiateurs dans les conférences internationales.
3. Le choix de relier la calculatrice d'un élève, et pas celle du professeur, à la tablette de rétroprojection n'est pas banal: dans la plupart des classes où existe cet environnement, c'est sa propre calculatrice que le professeur choisit de relier à la tablette de rétroprojection, jouant ainsi le rôle d'homme orchestre, plutôt que celui de chef d'orchestre qui devrait pourtant être sa vocation essentielle.
4. On trouvera des exemples de ressources pédagogiques à ce format sur le cédérom faisant le bilan des deux premières années du SFODEM (Guin et al., 2002) ou sur le site de l'IREM (www.irem.univ-montp2.fr, rubrique 'ressources pédagogiques').

REFERENCES

Allen, R., Wallace, M. et Cederberg, J.: 1995, 'Preparing teachers to use geometry exploration software', *Proceedings of the Seventh International Congress on Mathematics Education*.

Artigue, M.: 1997, 'Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage,' *Educational Studies in Mathematics* 33(2), 133–169.

Artigue, M.: 1998, 'Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies', in D. Tinsley et D.C. Johnson (eds.), *Information and Communication Technologies in School Mathematics*, Chapman et Hall, London, pp. 121–129.

Balacheff, N.: 1994, 'Didactique et intelligence artificielle', *Recherches en Didactique des Mathématiques* 14(1/2), 9–42.

Bourdieu, P.: 2003, *Images d'Algérie, une affinité élective,* Actes Sud.

Brousseau, G.: 1998, *Théorie des situations didactiques*, collection blanche (dir. N. Balacheff), Editions La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y.: 1992, 'Intégration et viabilité des objets informatiques, le problème de l'ingénierie didactique', in Cornu (ed.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, PUF, pp. 183–203.

Guin, D. et Trouche, L.: 1999, 'The complex process of converting tools into mathematical instruments. The case of calculators', *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3(3), 195–227.

Guin, D.: 2001, 'Intégration des outils de calcul symbolique dans l'enseignement des mathématiques: comment concevoir une formation mieux adaptée ? *Actes de l'Université d'Eté Le métier d'enseignant de mathématiques au tournant du XXI^e siècle*, APMEP 133, pp. 77–93.

Guin, D., Joab, M. et Trouche, L.: 2003, *Suivi de formation à distance pour les enseignants: bilan de la phase expérimentale (2000–2002),* cédérom, IREM, Université Montpellier II.

Guin, D. et Trouche, L. (eds.): 2002, *Calculatrices symboliques, faire d'un outil un instrument du travail mathématique, un problème didactique*, collection blanche (dir. N. Balacheff), Editions La Pensée Sauvage.

Joab, M., Guin, D. et Trouche, L.: 2003, *Conception et réalisation de ressources pédagogiques vivantes, des ressources intégrant les TICE en mathématiques*, in Desmoulins, Marquet et Bouhineau (eds.), EIAH 2003, pp. 259–270.

Kahane, J.-P.: 2002, *L'enseignement des sciences mathématiques*. Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, Centre National de Documentation Pédagogique, Editions Odile Jacob.

Laborde, C.: 1999, 'Vers un usage banalisé de Cabri-Géomètre en classe de seconde: Analyse des facteurs de l'intégration', in Guin (ed.), *Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques, Actes du colloque francophone européen*, IREM, Université Montpellier II, pp. 79–94.

Lavoie, P.: 1994, *Contribution à une histoire des mathématiques scolaires au Québec: l'arithmétique dans les écoles primaires (1800–1920)*, Thèse de doctorat, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Laval, Québec.

Piaget, J.: 1936, *La naissance de l'intelligence chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé.

Rabardel, P.: 1995, *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin.

Rabardel, P.: 2000, 'Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques', in Bailleul (ed.), *Les Instruments dans la Pratique et l'Enseignement des Mathématiques, Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques,* IUFM de Caen, pp. 203–213.

Sfez, L.: 2002, *Technique et idéologie (un enjeu de pouvoir)*, Seuil.

Trouche, L.: 1998, *Expérimenter et prouver, faire des mathématiques avec des calculatrices symboliques, 38 variations sur un thème imposé*, IREM, Université Montpellier II.

Vergnaud, G.: 1990, 'La théorie des champs conceptuels', *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(2-3), 133–170.

Vygotski, L.S.: 1934, *Pensée et langage*, Editions sociales (1985).

IREM et LIRMM,
Université Montpellier II, France

Copyright of Educational Studies in Mathematics is the property of Kluwer Academic Publishing and its content may not be copied or emailed to multiple sites or posted to a listserv without the copyright holder's express written permission. However, users may print, download, or email articles for individual use.